

JUSTIFICATION DE L'EFFICACITE DES FILTRES GRANULAIRES : DEVELOPPEMENT D'UN CRITERE DE FILTRE AFFINE

Justification of the effectiveness of granular filters : development of a refined criterion

Christophe PICAULT

Compagnie Nationale du Rhône CACOH, 4 Rue de Chalon sur Saône 69007 Lyon

c.picault@cnr.tm.fr

Feda SEBLANY, Eric VINCENS

Université de Lyon - Ecole Centrale de Lyon LTDS, 36 Avenue Guy de Collongue 69134 Ecully

feda.seblany@doctorant.ec-lyon.fr ; eric.vincens@ec-lyon.fr

MOTS CLEFS

Erosion, Filtre, Digue, Stabilité, Pore, Constriction

KEY WORDS

Erosion, Filter, Dike, Stability, Pore, Constriction

RÉSUMÉ

L'efficacité des filtres granulaires dans les ouvrages en remblais constitue un élément déterminant dans la justification de leur stabilité. Dans le cadre de la justification à l'érosion interne, le transport des particules fines est conditionné notamment par un critère hydraulique selon lequel l'écoulement doit être suffisant pour mettre les particules en mouvement, et un critère géométrique où le réseau poral doit avoir des dimensions permettant le passage des particules. En particulier, lorsque des événements rares ou extrêmes engendrent des gradients internes importants (le critère hydraulique peut alors être atteint), la stabilité de l'ouvrage vis-à-vis de l'érosion interne sera très liée au critère géométrique, et donc notamment à l'efficacité du filtre, selon que celui-ci assure une rétention parfaite, partielle ou nulle. Les dimensions du réseau poral du massif filtrant dépendent principalement de la granulométrie du matériau considéré. Ainsi, c'est à partir des granulométries du matériau à retenir et du filtre qu'un critère de filtration a été établi par Terzaghi. Ce critère a connu des ajustements, notamment par une caractérisation plus fine en fonction du coefficient d'uniformité ou de la nature du matériau à filtrer. Néanmoins, ces critères n'intègrent pas deux paramètres importants : l'état de compacité du filtre granulaire et la géométrie des grains qui le constituent (grains sphériques ou allongés). Un critère de filtre basé sur la taille des pores et des constriction du filtre a l'avantage de correspondre directement à la réalité physique du processus de filtration et donc d'intégrer ces paramètres de compacité du massif filtrant et de géométrie des grains. Un travail collaboratif entre l'Ecole Centrale de Lyon, l'Université Bauhaus-Weimar et l'Université de Queensland a permis d'établir un nouveau critère de filtre, basé sur la détermination de la taille des pores et des constriction. Une expression de ce critère prenant en compte la densité relative du filtre et les courbes granulométriques du sol à protéger et du filtre est proposée pour une exploitation plus aisée par les ingénieurs. Une seconde phase d'étude en cours doit permettre d'intégrer la géométrie des particules pour affiner encore le critère.

ABSTRACT

The effectiveness of granular filters in earth structures is a key factor to ensure their stability and safety against internal erosion. In this context, the transport of fine particles is governed by a hydraulic criterion according to which the flow must be sufficient to move fine particles and a geometrical criterion where the poral network must have dimensions that permit the passage of the particles. Under extreme conditions, important hydraulic gradients can occur (the hydraulic criterion can then be reached). In this case, the stability of the structure with respect to internal erosion will be mainly related to the geometrical criterion, and thus in particular to the effectiveness of the filter, depending on whether it ensures perfect, partial or no retention. The dimensions of the void network within the filter depend mainly on its grading. Thus, the original filter criterion of Terzaghi has been designed on the basis of the particle size distribution (PSD) of both filter and base soil materials. Then, this criterion has been further developed and extended for different categories of base soils. Nevertheless, these particle-based criteria do not include two important parameters : the degree of compaction of the granular filter and the shape of the constitutive particles (spherical or elongated particles). A filter criterion based on the size of pore and constriction within the filter has the advantage of being more related to the underlying physical process of filtration and thus, taking into account both filter density and particle shape. A Collaborative study between Ecole Centrale de Lyon, Bauhaus-Weimar University and University of Queensland has allowed the development of a new filter criterion based on the determination of pore and constriction sizes. An analytical formulation of this criterion taking into account the relative density of the filter and the particle size distribution of the base soil and the filter, is then proposed for a quick assessment of internal erosion in engineering applications. In future researches, we aim to improve this constriction-based criterion to incorporate the shape of the particles.

1. INTRODUCTION

L'érosion (interne et externe) est le risque majeur de rupture des ouvrages hydrauliques en terre comme les barrages et les digues, en France et dans le monde [1, 2]. Lors du processus d'érosion interne, les particules d'un sol fin sont détachées par un écoulement et entraînées à travers les pores du sol constitutif de l'ouvrage ou de sa fondation. Pour empêcher cette migration, les barrages en remblai comportent fréquemment un filtre granulaire généralement placé en pied de parement aval et au contact avec le sol de fondation. L'objectif de cette couche de transition est de retenir les particules constitutives du sol tout en conservant une bonne perméabilité. Les filtres peuvent aussi être installés à postériori en recharge aval pour réparer un ouvrage déficient.

Les caractéristiques géométriques du matériau filtrant, notamment sa granulométrie, gouvernent sa capacité de rétention. Ainsi, le critère de Terzaghi [3] a établi des règles granulométriques pour guider la mise en œuvre des filtres granulaires. En s'appuyant sur une approche théorique et empirique, Terzaghi a montré qu'il existe un rapport entre le diamètre représentatif du filtre et un diamètre des particules du sol à protéger, au-delà duquel l'efficacité du filtre n'est plus garantie. Le critère ainsi proposé se présente comme suit : $D_{15}/d_{85} \leq 4-5$ où D_{15} et d_{85} sont les diamètres des grains du sol dont 15% et 85% (en poids) sont inférieurs à ces tailles, pour le filtre et le sol de base (érodable) respectivement.

Par la suite, de nombreuses études empiriques ont été menées afin d'affiner ce critère. Par exemple, les travaux de Sherard et Dunnigan [4] étendent les recommandations de Terzaghi à d'autres types de sols. Ces critères granulométriques ont été ensuite améliorés par Foster et Fell [5]. Les ajustements ont souvent porté sur la nature et la teneur en fines du sol à protéger. Malgré leurs applications courantes, ces critères classiques ne tiennent pas compte de l'état de compacité du filtre granulaire, de son étalement granulométrique ainsi que de la géométrie des particules. Leur validité est ainsi restreinte à une gamme spécifique de sols testés en laboratoire.

La filtration des particules fines par un matériau granulaire est contrôlée par les étranglements connectant les différents pores, aussi dénommés constrictions (Fig. 1). Théoriquement, si ces constrictions sont plus grandes que les particules fines, ces dernières peuvent être transportées par un écoulement à travers le milieu poreux, alors qu'elles seront piégées au niveau des constrictions dans le cas contraire. Ainsi, de nouveaux critères s'appuyant sur la distribution des tailles de constriction (CSD pour Constriction Size Distribution) ont été proposés [6, 7]. Ces critères permettent de s'affranchir des problèmes liés au coefficient d'uniformité du matériau et du fait que la plupart des règles empiriques ont été obtenues sur des matériaux denses.

Dans ce contexte, cet article s'inscrit dans le cadre des travaux de thèse de F. Seblany qui ont été menés à l'Ecole Centrale de Lyon et portent sur le développement d'un critère de filtre basé sur la CSD pour les sols granulaires [8]. L'objectif était de mieux comprendre et décrire les phénomènes en jeu dans l'espace poral lors du processus de filtration afin d'établir rigoureusement le critère de rétention. Pour ce faire, une approche numérique basée sur la Méthode aux Eléments Discrets (MED) a été envisagée pour simuler le comportement des milieux granulaires. Le critère proposé a été ensuite validé à partir des résultats expérimentaux issus de la littérature.

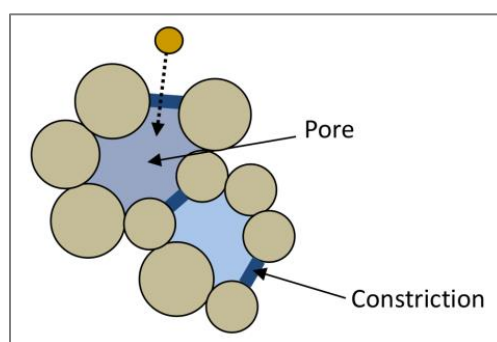


Figure 1: La filtration dans le milieu poreux est contrôlée par les constrictions connectant les pores

2. GENERATION DES ASSEMBLAGES NUMERIQUES

La méthode des éléments discrets à l'origine développée par Cundall et Strack [9] est basée sur une représentation discrète du milieu étudié; c'est-à-dire que chaque grain, avec sa géométrie propre, est modélisé individuellement. De ce fait, elle s'avère être particulièrement intéressante pour étudier des matériaux granulaires. Plus précisément, le milieu granulaire sera interprété comme un milieu discontinu composé de grains interagissant entre eux sous l'influence des lois de la physique.

Cette étude utilise le code Yade [10] pour générer des échantillons composés de sphères rigides ayant une distribution granulaire et une porosité données. Les matériaux étudiés correspondent à des granulométries : serrée (UG), étalée (WG1, WG2) et lacunaire (GG1, GG2), avec des coefficients d'uniformité allant de 1,7 à 6 [8, 11]. Deux états de densité seront envisagés : lâche et dense.

Les bords latéraux des assemblages sphériques sont soumis à des conditions aux limites périodiques permettant d'une part d'annuler les effets de paroi (l'organisation des grains est contrainte par la géométrie même des parois), et d'autre part de réduire le nombre de particules à considérer et par la suite de réduire le temps de calcul. Un Volume Élémentaire Représentatif (VER) est ensuite sélectionné dans ces assemblages afin de déterminer les dimensions minimales de l'échantillon numérique menant à des mesures statistiquement représentatives.

La préparation de l'empilement consiste dans un premier temps à générer des grains dans un volume de calcul suffisamment grand pour empêcher tout chevauchement entre les particules. Ensuite, l'ensemble de grains est lâché sous l'effet de la gravité pour reproduire les conditions du protocole expérimental souvent utilisé sur site. Pour des informations plus détaillées sur le protocole de génération des échantillons, voir Seblany et al. [12] et le manuel de Yade [10].

3. CARACTERISATION DE L'ESPACE PORAL

Une fois l'équilibre mécanique de l'assemblage sous gravité obtenu, une caractérisation géométrique de l'espace poral peut alors être envisagée. A partir des centres des sphères placées dans l'étape précédente, un maillage tétraédrique via la triangulation de Delaunay est effectué. Le vide inclus dans chaque tétraèdre est censé représenter un pore (Fig. 2a), le volume de ce pore est alors caractérisé par la sphère inscrite maximale entièrement contenue dans l'espace des vides. Ensuite, les constriction correspondant aux étranglements reliant des pores adjacents, seront cherchées sur chaque face du tétraèdre (un tétraèdre associé à un pore possède donc quatre constriction). Leur taille correspond au plus grand disque inscrit entre les trois sphères sommets de chaque face [13] (Fig. 2b).

Cependant, ce schéma noté L_0 , peut introduire une subdivision abusive de l'espace poral [14] car la discrétisation est artificielle. Pour affronter ce problème, un critère de fusion des tétraèdres voisins est proposé. Il consiste à éliminer les constriction associées aux artéfacts géométriques de la partition de Delaunay, puis à analyser pour chaque pore si celui-ci interpénètre le pore du tétraèdre contigu et, le cas échéant, supprimer la constriction « artificielle » qui séparait ces deux pores [13] (Fig. 3). Ce critère (dénommé L_1) semble pertinent pour délimiter d'une manière satisfaisante et à l'échelle mésoscopique, les frontières géométriques des pores dans les assemblages sphériques.

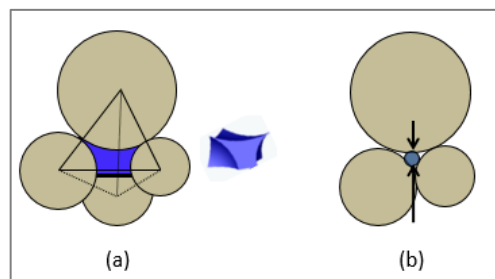


Figure 2: (a) vue du volume du pore inscrit dans un tétraèdre constitué par quatre particules; (b) vue en coupe d'une face du tétraèdre avec représentation de la constriction inscrite entre les particules

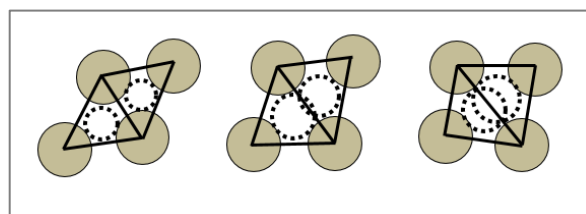


Figure 3: Schématisation de la condition de fusion de deux pores (cas 1 : pores séparés par une constriction ; cas 2 et 3 : fusion des 2 pores interpénétrés, la constriction entre les deux pores n'ayant pas de sens physique en terme de filtration)

L'analyse statistique des résultats a révélé qu'environ 30% des constriction ont été éliminées suite à cette fusion des pores, indépendamment de la densité et de la granulométrie du matériau étudié. Elle a également permis la mise en évidence de la taille de constriction la plus représentée dans le milieu, la fusion ayant éliminé un second pic correspondant à une taille de constriction artificiellement surreprésentée (Fig. 4a). Notons que seuls les matériaux à granulométrie discontinue ont conservé deux pics dans la distribution des tailles de constriction après ce traitement, ces pics étant alors porteurs d'un sens physique (Fig. 4b).

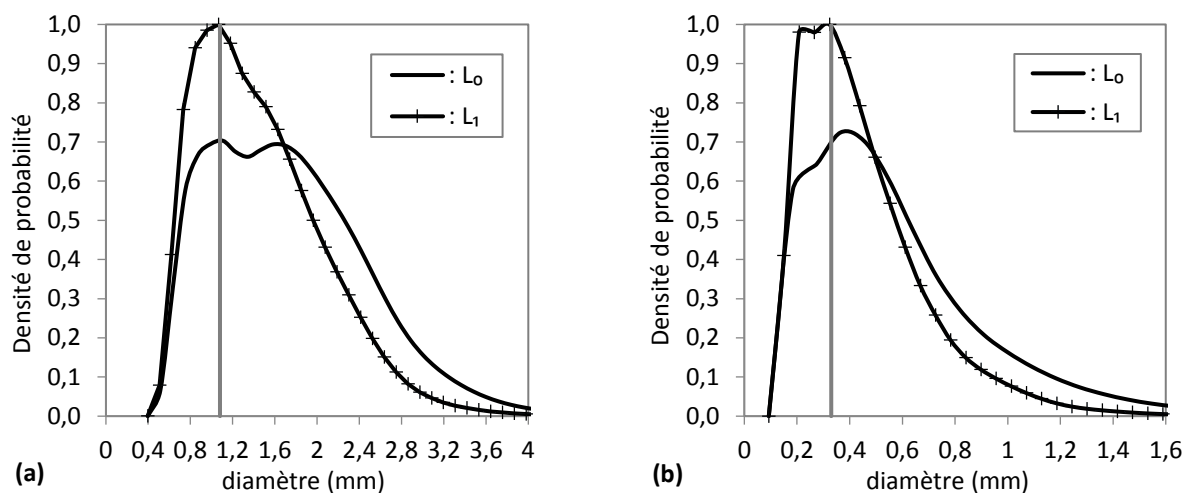


Figure 4: Densité de probabilité des tailles de constriction avant la fusion de certains pores (L_0) et après la fusion (L_1), à l'état lâche, pour: (a) matériau à granulométrie uniforme; (b) matériau à granulométrie discontinue. La ligne verticale grise représente la taille de constriction la plus représentée.

4. ESSAIS DE FILTRATION NUMERIQUES

Afin d'établir une relation claire entre la CSD d'un matériau granulaire et le transport des particules fines à travers ce milieu, deux types d'essais de filtration ont été réalisés sous Yade : un essai sous gravité en condition sèche (le moteur du mouvement des particules fines lâchées au-dessus du filtre est donc la gravité), et un essai sous écoulement fluide (le moteur du mouvement des particules fines lâchées au-dessus du filtre est donc essentiellement le gradient de pression entre le haut et la base du filtre) [15]. Ces essais permettent d'identifier la taille maximale de la particule capable de franchir l'épaisseur du filtre, qui reflète l'ouverture du filtre.

Comme le parcours d'une particule fine est lié à une succession de confrontations avec des constriction qu'elle doit franchir avec succès, l'épaisseur du filtre est calibrée en fonction du nombre de confrontations présentes sur un parcours unidirectionnel. Cette approche permet de rendre l'étude indépendante de la granulométrie et de la densité du filtre et du critère de fusion considéré. Une épaisseur de l'ordre de quarante pores moyens est alors choisie. Dans le premier type d'essais, des particules fines ayant une taille donnée sont initialement placées au-dessus du filtre puis relâchées successivement sous gravité, alors que dans le deuxième type d'essais, la gravité est remplacée par un gradient de pression constant.

La Figure 5 donne, à côté des distributions de tailles de constriction pour les critères de fusion L_0 et L_1 , la distance maximale parcourue au sein du filtre. Cette distance est normalisée par rapport à l'épaisseur du filtre, ce qui veut dire que si cette distance vaut 1, la particule aura traversé complètement le filtre. Dans le cas contraire, c'est-à-dire si la particule est bloquée quelque part dans le filtre, cette distance sera strictement inférieure à 1.

Les essais sous gravité ont mis en évidence l'existence d'une taille critique à partir de laquelle la probabilité qu'une particule de traverser la totalité de l'échantillon évolue rapidement (Fig. 5). Ces essais révèlent que cette taille correspond au diamètre de constriction le plus représenté dans le milieu. Cependant, pour les essais de filtration sous sollicitation hydraulique, il a été constaté une tendance des particules à traverser des distances plus importantes au sein du filtre. En particulier, la taille maximale (critique) de la particule pouvant parcourir la totalité du filtre est plus grande (Fig. 5). Le fluide dirige en effet les particules hors du pore en choisissant les constriction les plus ouvertes. Dans ce cas, 5% des particules dont le diamètre est inférieur au diamètre de constriction le plus représenté sont parvenues à transiter au travers du filtre. Dans le cas d'une sollicitation hydraulique, il apparaît donc que le diamètre de constriction le plus représenté caractérise plutôt l'ouverture du filtre nécessaire pour éviter une migration excessive des particules.

Cette taille critique a été comparée avec les diamètres d'ouverture de contrôle du filtre relevés dans la littérature, et un bon accord a été trouvé avec la valeur rapportée dans l'étude expérimentale de Witt [16]. D'autre part, les résultats ont montré que ce diamètre d'ouverture correspond à la fraction 35% de la CSD indépendamment de la granulométrie et de la densité du matériau, en accord avec l'étude d'Indraratna et al. [6]. Pour plus amples informations, voir Seblany et al. [17].

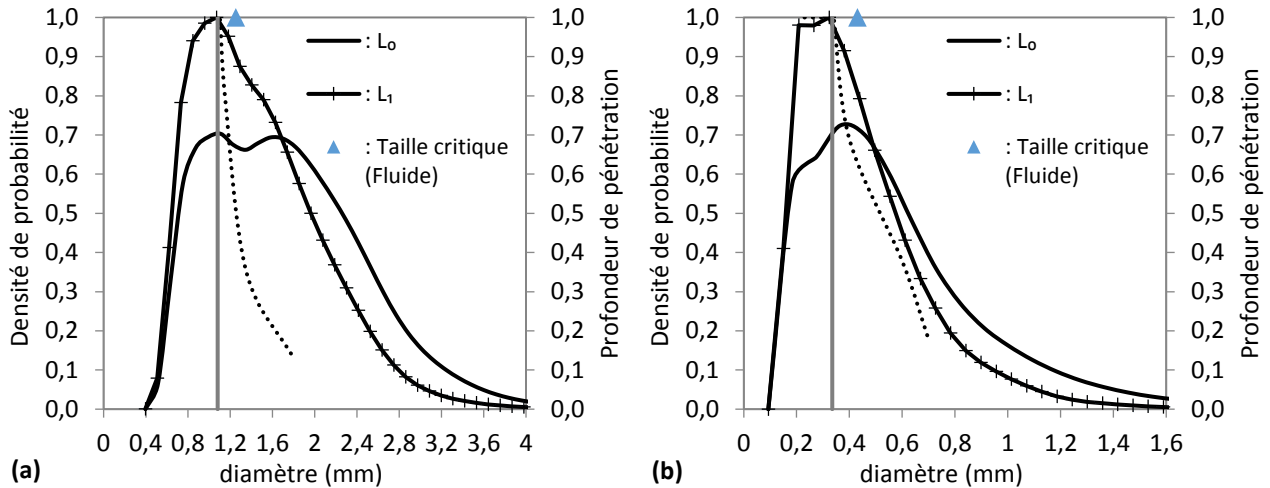


Figure 5: Densité de probabilité des tailles de constriction avant la fusion de certains pores (L_0) et après la fusion (L_1); profondeur de pénétration normalisée par l'épaisseur de l'échantillon et obtenue à partir des essais de filtration sous gravité (ligne en pointillé) et taille critique correspondant aux essais de filtration sous fluide (marqueur bleu), à l'état lâche, pour: (a) une granulométrie uniforme; (b) une granulométrie discontinue. La ligne verticale grise représente la taille de constriction la plus représentée dans le milieu

5. VALIDATION EXPERIMENTALE

Dans une volonté d'estimer la taille d'ouverture de contrôle du filtre d_{os} sans construire la courbe entière des tailles de constriction, une méthode analytique tenant compte de la granulométrie du matériau filtrant et de son état de densité a été développée dans une étude antérieure [18]. La formule inspirée du modèle analytique de CSD [8] a été établie à partir des résultats des essais de filtration. Elle s'écrit comme suit :

$$d_c(P, e) = \frac{e}{e_{max}}(d_{cL}(P) - d_{c_{min}}) + d_{c_{min}}$$

Où d_c est la taille de constriction correspondant à la fraction granulométrique P , pour un matériau dont l'indice de vide vaut e (Fig. 6). d_{cL} correspond à la taille de constriction à l'état lâche caractérisé par un indice de vide maximal, e_{max} . $d_{c_{min}}$ est la plus petite taille de constriction possible, résultant d'un contact mutuel entre trois des plus petites particules de l'assemblage granulaire (Fig. 6). d_{cL} est calculé à partir de la relation suivante :

$$d_{cL} = 0.72 P d_{c4} + (1 - P) d_{c3}$$

Où d_{c3} et d_{c4} sont respectivement les tailles de constriction formées par la réunion de trois ou quatre particules (configuration géométrique respectivement dense ou lâche) en contact mutuel. Ainsi, en choisissant D_{50SA} (diamètre obtenu à partir de la courbe granulométrique en surface¹ et non en masse comme à l'accoutumé) comme taille caractéristique des particules du filtre pour des granulométries dont la densité de probabilité des tailles de constriction ne présente qu'un seul pic (L_1), d_{os} peut être approximé raisonnablement à partir de cette formule simplifiée [8]. Par une analyse géométrique simple, d_{c3} est alors égal à $(2/\sqrt{3} - 1)D_{50SA}$ et d_{c4} est égal à $(\sqrt{2} - 1)D_{50SA}$. Pour des granulométries dont la densité de probabilité des tailles de constriction présente deux pics porteurs de sens physique (L_1), une bonne corrélation a été trouvée en prenant D_{55SA} comme taille caractéristique des particules du filtre pour calculer d_{os} .

Le choix de prendre une granulométrie en surface semble être un compromis équilibré [19]. En effet, la « granulométrie en masse » augmente l'influence des grosses particules dans le matériau alors qu'elles sont peu nombreuses et participent à la construction de très peu de constriction. A contrario, la prise en compte de la « granulométrie en nombre » exagère l'influence des petites particules dans le matériau. Physiquement, le contact entre particules pour former des constriction se fait sur la surface de ces particules, et la validation expérimentale montre que l'arrangement des particules dans l'espace est en lien avec la distribution des surfaces des particules constitutives du filtre.

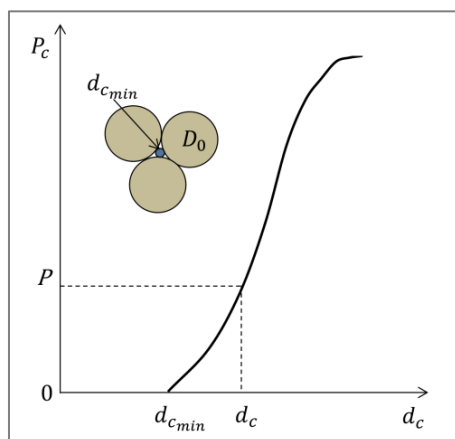


Figure 6: Distribution des tailles de constriction (CSD) et taille minimale de constriction ($d_{c_{min}}$) résultant de l'association des trois plus petites particules de diamètre D_0 du matériau

Pour démontrer la validité de la formule ainsi proposée, une étude comparative a été menée avec une série d'essais expérimentaux sur des filtres à granulométrie uniforme et étalée, compactés à des densités élevées [6, 20-22]. Pour ces filtres, d_{os} a été calculé analytiquement et présenté dans la Figure 7 par rapport au diamètre caractéristique du filtre dans le critère de Terzaghi, D_{15} . Cette figure inclut également les résultats correspondant aux matériaux étudiés dans ce travail. On peut noter que, pour des densités élevées, l'estimation analytique est en accord avec le diamètre d'ouverture de contrôle ($D_{15}/4$ ou 5) identifié dans la littérature [3, 4, 23]. Cependant, différentes valeurs de d_{os} peuvent être associées à différents degrés de compactage. Cette corrélation est alors sensible à l'état de densité du filtre, ce qui n'a pas été pris en compte auparavant.

Une proposition d'un nouveau critère de rétention est par la suite établie, elle repose sur la taille d'ouverture de contrôle du filtre. Le critère peut être écrit comme suit :

$$d_{os}/d_{85SA} \leq 1$$

d_{85SA} correspond à la fraction 85% de la distribution des tailles des particules en surface (les courbes granulométriques classiques sont données en masse). Cette représentation en surface considère implicitement la granulométrie et le coefficient d'uniformité du matériau de base, permettant ainsi d'améliorer les critères existants dans la littérature qui semblent être non-satisfaisants dans le cas des sols à granulométrie étalée [6, 24, 25].

L'applicabilité de ce critère a été ensuite vérifiée en se référant aux résultats expérimentaux relevés dans la littérature [6, 20-22]. Ainsi, le critère proposé offre une explication plausible concernant le choix de la taille représentative de l'ouverture du filtre, et constitue par la suite un outil précieux pour évaluer l'efficacité de la filtration des sols granulaires, quelle que soit leur granulométrie et densité.

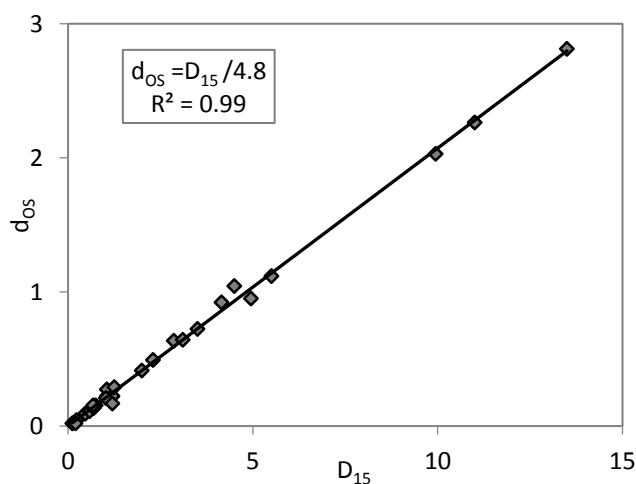


Figure 7: Relation entre la taille d'ouverture de contrôle du filtre d_{os} et D_{15} du filtre

¹La courbe granulométrique en surface peut être obtenue en discrétisant la courbe en masse en n classes de grains de taille représentative d_i et de probabilité d'occurrence $P_{M,i}$ et en passant par la relation suivante : $P_{SA,i} = \frac{P_{M,i}/d_i}{\sum_{i=1}^n P_{M,i}/d_i}$ ($P_{SA,i}$ est la probabilité d'occurrence en surface de la classe i).

6. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

L'érosion interne est un sujet d'intérêt majeur, et la sécurité des ouvrages en remblai dépend d'une conception et d'une construction adéquate des systèmes de filtres mis en place pour réduire les risques associés à ces processus d'érosion. Les critères classiques de filtre ont été basés sur une règle empirique selon laquelle le filtre doit avoir une granulométrie compatible avec le sol à protéger. Cependant, ces critères ne permettent pas de tenir compte de l'état de compacité du sol, de l'étalement et du caractère éventuellement discontinu de sa courbe granulométrique. Les critères s'appuyant sur la CSD peuvent être alors une bonne alternative pour améliorer la compréhension des mécanismes physiques de la filtration.

Les essais de filtration numériques menés dans cette étude ont permis de caractériser l'ouverture du filtre, qui est la grandeur contrôlant la filtration pour des matériaux sphériques et dans un état de densité quelconque. Pour estimer cette taille critique, une solution analytique a été proposée considérant des paramètres pertinents, telles que la granulométrie et la densité du filtre. Il a été établi sur la base des données expérimentales que l'estimation du diamètre d'ouverture du filtre est satisfaisante.

Cette approche permettant de quantifier l'ouverture du filtre par une approche plus physique, elle peut être utilisée en conception d'ouvrages hydrauliques zonés pour dimensionner des filtres mais aussi en phase réparation pour dimensionner des recharges jouant le rôle de filtre. En phase diagnostic, elle permet aussi de mieux comprendre les possibilités de migration des particules dans le cas de l'érosion interne dans un ouvrage qui a été mal compacté ou composé de matériaux inadéquats.

En perspectives, d'autres études devront être entreprises pour étudier l'effet de la géométrie des particules sur la structure poreuse du milieu granulaire, et notamment sur la CSD. Ce travail se poursuit donc sur des empilements de particules polyédriques afin d'étudier les propriétés de filtration des sols granulaires à particules allongées, type alluvions, pour lesquels l'hypothèse de sphéricité n'est pas valide.

RÉFÉRENCES ET CITATIONS

- [1] ICOLD 2013. Bulletin on Internal Erosion of Existing Dams, Levees and Dikes and their Foundations, volume 1. International Commission on Large Dams.
- [2] Fry, J.-J., François, D., Marot, D., Bonelli, S., Royet, P., Chevalier, C. and Deroo, L. 2015. Etude de l'érosion interne: apport du projet ENIROH. In Vingt-cinquième congrès des Grands Barrages, pages 486-507
- [3] Terzaghi, K. 1922. Failure of dam foundations by piping and means for preventing it (in German). *Die Wasserkraft*, 17(24): 445-449
- [4] Sherard, J. L. and Dunnigan, L. P. 1989. Critical filters for impervious soils. *Journal of Geotechnical Engineering*, 115(7):927-947
- [5] Foster, M. and Fell, R. 2001. Assessing embankment dam filters that do not satisfy design criteria. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 127(5):398-407
- [6] Indraratna, B., Raut, A.K. and Khabbaz, H. 2007. Constriction-based retention criterion for granular filter design. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 133(3): 266-276
- [7] Raut, A. K. and Indraratna, B. 2008. Further advancement in filtration criteria through constriction-based techniques. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 134(6):883-887
- [8] Seblany, F. 2018. Filter criterion for granular soils based on the constriction size distribution. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon.
- [9] Cundall, P.A. and Strack, O.D. 1979. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique* 29(1): 47-65
- [10] Šmilauer, V., Catalano, E., Chareyre, B., Dorofeenko, S., Duriez, J., Gladky, A., Kozicki, J., Modenese, C., Scholtès, L., Sibille, L., Stránský, J. and Thoeni, K. 2010. Yade Documentation
- [11] Reboul, N., Vincens, E. and Cambou, B. 2010. A computational procedure to assess the distribution of constriction sizes for an assembly of spheres. *Computers and Geotechnics* 37(1): 195-206
- [12] Seblany, F., Homberg, U., Vincens, E., Winkler, P. and Witt, K.J. 2018. Merging criteria for defining pores and constrictions in numerical packing of spheres. *Granular Matter* 20:37
- [13] Reboul, N., Vincens, E. and Cambou, B. 2008. A statistical analysis of void size distribution in a simulated narrowly graded packing of spheres. *Granular Matter* 10(6): 457-468

- [14] Al-Raoush, R., Thompson, K. and Willson, C.S. 2003. Comparison of network generation techniques for unconsolidated porous media. *Soil Science Society of America Journal* 67(6): 1687-1700
- [15] Chareyre, B., Cortis, A., Catalano, E. and Barthélemy, E. 2012. Pore-scale modeling of viscous flow and induced forces in dense sphere packings, *Transport in Porous Media* 94(2):595-615
- [16] Witt, K. 1993. Reliability study of granular filters. *Filters in Geotechnical and Hydraulic Engineering*: 35-42.
- [17] Seblany, F., Vincens, E. and Picault, C. 2019. Constriction size distribution and equivalent opening size of granular filter, in: Y. Keh-Chia (ed.), *Proceedings of the IX International Conference on Scour and Erosion, Taipei*, London: CRC Press, pp. 27-32
- [18] Seblany, F., Vincens, E. and Picault, C. 2018. Simplified estimation of some main characteristics of pores and constrictions in granular materials. In: Bonelli S., Jommi C., Sterpi D. (Ed.) *Internal Erosion in Earth dams, Dikes and Levees. Lecture Notes in Civil Engineering*, 17:189-199. Springer, Cham
- [19] Humes, C., Lafleur, J. and Rollin, A. 1996. A new approach to compute the void size distribution curves of protective filters. In *Proceedings of Geofilters*, volume 96, pages 57-66
- [20] Lafleur, J. 1984. Filter testing of broadly graded cohesionless tills. *Canadian Geotechnical Journal*, 21(4):634-643
- [21] Indraratna, B., Dilema, E. and Vafai, F. 1996. An experimental study of the filtration of a lateritic clay slurry by sand filters. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Geotechnical Engineering*, 119(2):75-83
- [22] Indraratna, B. and Vafai, F. 1997. Analytical model for particle migration within base soil-filter system. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 123(2):100-109
- [23] Kenney, T., Chahal, R., Chiu, E., Ofoegbu, G., Omenge, G. and Ume, C. 1985. Controlling constriction sizes of granular filters. *Canadian Geotechnical Journal*, 22(1):32-43
- [24] Sherard, J. L., Dunnigan, L. P. and Talbot, J. R. 1984. Basic properties of sand and gravel filters. *Journal of Geotechnical Engineering*, 110(6):684-700
- [25] Lafleur, J., Mlynarek, J. and Rollin, A. L. 1989. Filtration of broadly graded cohesionless soils. *Journal of Geotechnical Engineering*, 115(12):1747-1768