

LE DIMENSIONNEMENT DES BARRAGES POIDS : UNE CONDITION NECESSAIRE OU SUFFISANTE DE STABILITE ?

Gravity dams stability criterion: a necessary or a sufficient condition?

Thomas CARLIOZ, Tarik OUSSALAH

BETCGB, 17 boulevard Joseph Vallier 38030 Grenoble

thomas.carlioz@developpement-durable.gouv.fr ; tarik.oussalah@developpement-durable.gouv.fr

Ghazi HASSEN

Laboratoire Navier, 6-8 avenue Blaise-Pascal 77455 Champs-sur-Marne

ghazi.hassen@enpc.fr

MOTS CLEFS

Barrages-poids, stabilité, glissement, rupture

KEY WORDS

Gravity dams, stability, slinding, collapsing, failure

RÉSUMÉ

Certaines méthodologies de vérification de la stabilité au glissement des barrages poids rigides reposent sur la vérification d'un critère en résultante sur des surfaces généralement horizontales de glissement potentiel. L'objectif de cet article est de montrer que la condition de stabilité basée uniquement sur ces considérations est une condition nécessaire, mais non suffisante. Par conséquent, son utilisation permet uniquement de déterminer des majorants de la charge critique et non la charge critique elle-même. Nous nous efforcerons d'illustrer nos propos via l'introduction du formalisme du calcul à la rupture. Les outils mis à disposition par cette théorie permettront de quantifier l'écart induit par l'utilisation d'une méthode basée uniquement sur un critère global dans le cadre du dimensionnement d'un barrage poids en maçonnerie.

ABSTRACT

Some methods used to prevent concrete or masonry gravity dams from sliding rely on a criterion based on the resulting forces acting on potential sliding surfaces. In addition, the only surfaces considered are plane ones and are usually horizontal. The aim of this article is to prove that using only this kind of stability condition yields indeed a necessary condition but not a sufficient one. Thus, this criterion only allows to derive upper bounds of the critical load. The consequences of mistaking the upper-bounds for the critical load itself will be illustrated by introducing the Yield-Design theory. The tools developed by this theory will allow us to quantify the difference induced by a method based on a global criterion when dimensioning a masonry gravity dam.

1. INTRODUCTION

L'une des conditions de résistance traditionnellement examinée dans le cadre du dimensionnement des barrages poids est une condition de stabilité au glissement. Celle-ci cherche à vérifier qu'un bloc délimité dans sa partie inférieure par une surface généralement horizontale ne peut pas glisser sous l'effet de la poussée de l'eau. Dans ce qui suit, un critère de résistance sera qualifié de global s'il se base uniquement sur la résultante des efforts transitant au travers de la surface considérée.

Dans cet article, nous nous intéresserons au dimensionnement des barrages poids selon les conditions de stabilité au glissement et au renversement uniquement. Ainsi, les conditions d'ouverture de fissures et les impacts que ces dernières peuvent avoir sur les sous-pressions et la stabilité ne seront pas pris en compte. Il s'agit donc là d'une restriction par rapport à ce qui est traditionnellement pratiqué. Le propos de cette communication est de montrer que l'usage d'une méthode basée sur un critère de résistance global ne permet de formuler qu'une condition nécessaire de stabilité, laquelle n'a cependant aucune raison d'être suffisante. Par conséquent, une telle méthode conduit à déterminer un majorant de la charge critique, et non la charge critique elle-même.

Nous commencerons dans un premier temps par rappeler le caractère local du critère associé à la théorie de Mohr-Coulomb. Sur cette base, nous reviendrons sur la notion de chargement supportable, motivant ainsi l'introduction du calcul à la rupture. Nous montrerons également qu'une méthode basée uniquement sur un critère global est un cas particulier du formalisme associé au calcul à la rupture. Enfin, nous utiliserons le cas du dimensionnement d'un barrage poids en maçonnerie pour caractériser l'approximation commise lors de l'utilisation d'un critère global, avec des surfaces de glissement potentielles uniquement horizontales. Nous mettons toutefois en garde le lecteur vis-à-vis du fait que le propos

de cet article n'est pas de prôner l'usage du calcul à la rupture. Nous ne nous servons de ce dernier que pour caractériser l'approximation induite par les critères globaux.

Nota : Dans l'ensemble de ce document, les quantités tensorielles seront notées en gras. Par convention, les contraintes seront prises positives en traction.

2. LA THEORIE DE MOHR-COULOMB : UN CRITERE LOCAL

La théorie de Mohr-Coulomb correspond à un critère local reliant, pour une surface infinitésimale d'orientation donnée, la valeur maximale que peut prendre la contrainte de cisaillement en fonction de l'intensité de la contrainte normale. Soit $\boldsymbol{\sigma}$ le tenseur des contraintes en un point donné \mathbf{X} . Pour une surface infinitésimale passant par ce point, et orientée par l'une de ses normales unitaire \mathbf{n} , nous noterons \mathbf{T} le vecteur contrainte s'exerçant sur cette facette. En usant de la décomposition $\mathbf{T} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \sigma_n \mathbf{n} + \boldsymbol{\tau} \mathbf{t}$, où \mathbf{t} est un vecteur unitaire tangent à la surface, σ_n est la contrainte normale et $\boldsymbol{\tau} \mathbf{t}$ est le vecteur contrainte de cisaillement, le critère de Mohr-Coulomb s'écrit :

$$|\boldsymbol{\tau}| \leq c - \sigma_n \tan(\phi) \quad (1)$$

Dans cette dernière expression, c et ϕ sont respectivement la cohésion et l'angle de frottement. Notons que, même dans le cas de l'emploi du critère à une échelle globale, la détermination de ces deux grandeurs passe souvent par des essais en laboratoire sur des échantillons de taille décimétrique. Cela traduit bien le fait qu'à une échelle pouvant être qualifiée de locale par rapport à celle de la structure, un critère restreignant les valeurs possibles des contraintes pouvant régner dans le matériau doit être vérifié. Il est important de noter que nous nous contentons de soulever le fait que le champ de contrainte régnant dans l'ouvrage doit vérifier en tout point de la structure un critère local, sans chercher à préciser le cheminement ayant permis d'atteindre le champ en question ou les implications de la saturation dudit critère. Ces dernières dépendent en effet du caractère plus ou moins ductile ou fragile du matériau considéré, et par conséquent de l'introduction d'une loi de comportement. Cette vérification locale d'un critère est l'un des points fondamentaux du calcul à rupture, dont une brève présentation sera faite en partie 3.

La vérification d'un critère local entraîne de manière immédiate la vérification d'un critère global de résistance au glissement. En effet, en considérant que c et ϕ sont constants le long d'une surface plane Σ , l'intégration de (1) donne :

$$\forall \mathbf{X} \in \Sigma, |\boldsymbol{\tau}| \leq c - \sigma_n \tan(\phi) \Rightarrow \left| \int_{\Sigma} \boldsymbol{\tau} \mathbf{t} dS \right| \leq |\Sigma| c - \int_{\Sigma} \sigma_n dS \tan(\phi) \quad (2)$$

où $|\Sigma|$ correspond à l'aire de la surface considérée. Toutefois, la réciproque de cette dernière implication n'est bien évidemment pas vraie. Ainsi, sachant que $\int_{\Sigma} \sigma_n dS$ correspond à l'effort normal, noté N en théorie des poutres, et que $\left| \int_{\Sigma} \boldsymbol{\tau} \mathbf{t} dS \right|$ correspond à l'effort de cisaillement, la relation (2) montre que le critère local permet de retrouver le critère global, sans que la réciproque soit vraie.

3. NOTION DE CHARGEMENT SUPPORTABLE POUR LES MILIEUX NON POREUX

La discussion précédente permet d'apporter des précisions sur la notion de chargement supportable. Pour que la théorie sur le point d'être présentée puisse s'appliquer, il est nécessaire que le chargement voulant être dimensionné se traduise par une intensité d'efforts imposés (c'est par exemple le cas pour la pression de l'eau).

Soit tout d'abord Ω le volume occupé par une structure correspondant à un milieu continu, soumise à un certain chargement q tel que décrit précédemment (par exemple l'intensité d'une pression). Un champ de contrainte $\boldsymbol{\sigma}$ est dit statiquement admissible avec le chargement q s'il garantit l'équilibre statique de tout sous-système de Ω et équilibre le chargement q . Pour rappels, les équations devant être vérifiées par un champ de contrainte $\boldsymbol{\sigma}$ pour équilibrer les pressions dues à l'eau dans le cas d'un barrage sont illustrées Figure 1.

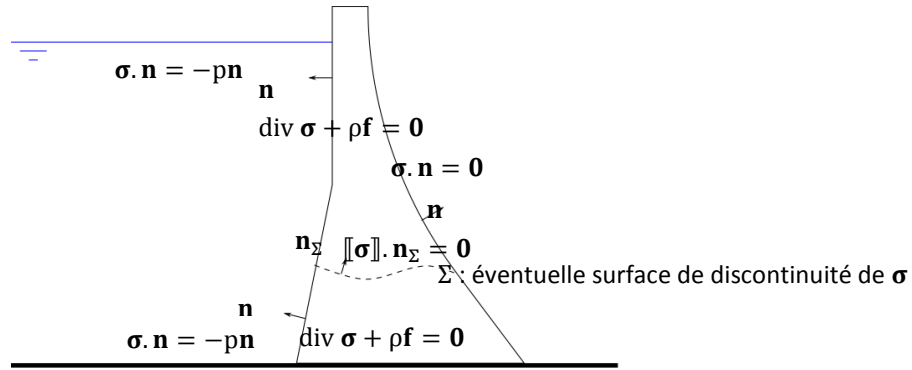


Figure 1 : Résumé des conditions pour qu'un champ de contrainte soit statiquement admissible dans le cas d'un barrage.

Nous supposons désormais que les matériaux composant cette structure Ω sont associés à un critère de rupture g dépendant éventuellement de la position dans l'espace, et ce, afin de prendre en compte des matériaux hétérogènes ou des surfaces de faiblesse. En un point donné $\mathbf{X} \in \Omega$, le champ de contrainte $\boldsymbol{\sigma}$ vérifiera le critère si et seulement si $g(\mathbf{X}, \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{X})) \leq 0$.

Une remarque fondamentale est que, si un certain chargement q est effectivement supporté par la structure, alors il existe nécessairement un champ de contrainte compatible avec les équations d'équilibre et vérifiant le critère de rupture en tout point. Il est alors possible de formuler l'implication logique suivante :

$$q \text{ est supportable} \Rightarrow \exists \boldsymbol{\sigma} \begin{cases} \text{statiquement admissible avec } q \\ \forall \mathbf{X} \in \Omega, \quad g(\mathbf{X}, \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{X})) \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

4. LE CALCUL A LA RUPTURE

La précision (3) étant établie, nous allons désormais introduire le formalisme du calcul à la rupture. Nous verrons dans un second temps que la pratique traditionnelle de l'ingénierie est en fait incluse dans ce formalisme.

4.1 Le calcul à la rupture pour les milieux non poreux

Le calcul à la rupture propose de définir la notion de chargement supportable à partir de l'équation (3) prise comme une équivalence. Nous pouvons illustrer cette définition par l'équation suivante :

$$q \text{ est supportable au sens du calcul à la rupture (c. à. r)} \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} \exists \boldsymbol{\sigma} \begin{cases} \text{statiquement admissible avec } q \\ \forall \mathbf{X} \in \Omega, \quad g(\mathbf{X}, \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{X})) \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

Nous avons vu que le sens \Rightarrow de (4) est effectivement de bon sens. Le sens \Leftarrow de la définition proposée pose davantage de difficultés. En effet, même s'il existe un champ de contrainte muni des propriétés énoncées précédemment, il n'est pas pour autant garanti que celui-ci soit effectivement accessible pour la structure considérée. Cette subtilité introduit une nuance entre la notion de chargement supportable au sens du calcul à la rupture et la notion de chargement effectivement supportable par la structure. Le lecteur intéressé pourra trouver des éclairages sur ces différents questionnements dans [1], où il est notamment démontré que cette définition est exacte pour les matériaux ductiles. Toutefois, grâce au lien logique entre (3) et (4), nous savons qu'en caractérisant les chargements supportables au sens du calcul à la rupture, nous déterminerons a minima des majorants des chargements effectivement supportables. Dans le cadre de ce document, nous proposons d'accepter l'énoncé (4) et de nous efforcer d'évaluer dans quelles mesures ce dernier est compatible avec l'utilisation d'un critère de résistance global.

Sous couvert de l'usage d'un critère convexe et vérifié par le champ nul, il est possible de définir une notion de niveau de chargement maximal q^+ , éventuellement non fini, pouvant être supporté par la structure au sens du calcul à la rupture. L'énoncé (4) devient alors :

$$q \text{ est supportable au sens du c. à. r} \Leftrightarrow q \leq q^+ \Leftrightarrow \exists \boldsymbol{\sigma} \begin{cases} \text{statiquement admissible avec } q \\ \forall \mathbf{X} \in \Omega, \quad g(\mathbf{X}, \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{X})) \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$

L'objectif du calcul à la rupture est de formaliser des outils permettant d'obtenir un encadrement rigoureux de la quantité q^+ . Il est important d'insister à nouveau sur le fait que les définitions (4) et (5) s'affranchissent totalement de la formulation d'une loi de comportement, ce qui est l'une des grandes forces du calcul à la rupture.

4.2 Adaptation aux milieux poreux

Pour montrer que le formalisme introduit est compatible avec l'approche par critère global du dimensionnement des barrages poids, il est au préalable nécessaire de voir dans quelle mesure cette théorie peut être adaptée au cadre des milieux poreux éventuellement saturés. Pour ce faire, nous introduisons la notion de contrainte effective de Terzaghi :

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + p\mathbf{1} \quad (6)$$

où $\mathbf{1}$ est le tenseur métrique. Bien que cette hypothèse soit discutable (cf. [2]), nous supposons ici que le critère de rupture porte sur ladite contrainte effective $\boldsymbol{\sigma}'$. Le calcul à la rupture peut être étendu au cas de milieux poreux sous l'hypothèse que la distribution du champ de pression interstitielle ne varie pas au cours du chargement. Cette hypothèse est forte, mais reste conforme à ce qui est pratiqué dans le cas du dimensionnement des talus via la méthode des tranches. Sous cette hypothèse, il y a découplage entre la partie hydraulique et mécanique. Un calcul hydraulique peut être mené a priori sur la géométrie initiale pour connaître la distribution du champ de pression p dans l'ouvrage. Une fois ce calcul effectué, le champ de pression interstitielle peut être considéré comme une donnée du problème. Ce constat incite fortement à la réécriture de l'équation d'équilibre locale sous la forme :

$$\mathbf{0} = \text{div } \boldsymbol{\sigma} + \rho\mathbf{f} = \text{div } \boldsymbol{\sigma}' + \rho\mathbf{f} - \text{grad } p \quad (7)$$

qui fait intervenir la pression p au travers d'une force de volume équivalente $-\text{grad } p$, laquelle doit être équilibrée en tout point de la structure par la contrainte effective $\boldsymbol{\sigma}'$. Cette force étant une donnée du problème par hypothèse, le formalisme du calcul à la rupture présenté précédemment peut être étendu très simplement au cas des milieux poreux. Pour qu'un chargement puisse être supporté au sens du calcul à la rupture pour un tel milieu, il faut et il suffit qu'il existe un champ de contrainte effectif $\boldsymbol{\sigma}'$ vérifiant le critère de rupture $g(\mathbf{X}, \boldsymbol{\sigma}'(\mathbf{X})) \leq 0$ en tout point de la structure, et statiquement admissible avec des conditions aux limites en efforts imposés déjaugés et des forces de volumes équivalentes $\rho\mathbf{f} - \text{grad } p$.

4.3 Compatibilité avec les critères globaux

Le formalisme introduit précédemment est en fait compatible avec l'usage de critères globaux en ce qui concerne la stabilité au glissement et au basculement. Nous allons donc nous attacher dans un premier temps à montrer comment la définition (5) permet de retrouver la condition de stabilité au glissement liée à l'utilisation d'un critère global, ainsi que la positionner du point de vue du statut logique.

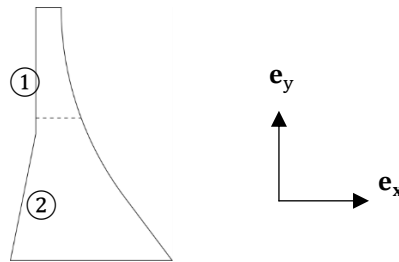


Figure 2 : Partition du barrage en deux sous-systèmes.

Dans la suite, nous admettrons qu'il est possible de définir la hauteur du plan d'eau maximale pouvant être soutenue par l'ouvrage au sens du calcul à la rupture et nous la noterons H^+ . Par définition, demander que H soit supportable au sens du calcul à la rupture, c'est-à-dire $H \leq H^+$, c'est demander l'existence d'un champ de contrainte effectif $\boldsymbol{\sigma}'$ statiquement admissible avec le chargement, ici constitué de forces de volumes apparentes $\rho\mathbf{f} - \text{grad } p$ et de surfaces libres sur les parements et la crête, et vérifiant le critère en tout point. C'est en particulier demander l'existence d'un champ $\boldsymbol{\sigma}'$ garantissant l'équilibre du bloc ①, tel que défini sur la Figure 2, et respectant le critère sur la surface partagée par les deux blocs ① et ②, notée ① \cap ② :

$$H \leq H^+ \Rightarrow \begin{cases} \int_{\text{①}} (\rho\mathbf{f} - \text{grad } p) dV + \int_{\partial\text{①}} \boldsymbol{\sigma}' \cdot \mathbf{n} dS = \mathbf{0} & \text{(équilibre en résultante)} \\ \forall \mathbf{X} \in \text{①} \cap \text{②}, \quad |\tau'| \leq c - \sigma'_n \tan(\phi) & \text{(critère de résistance)} \end{cases} \quad (8)$$

Le vecteur contrainte déjaugé étant prescrit comme nul sur les parements amont et aval, ainsi qu'en crête de l'ouvrage, l'équation d'équilibre du bloc ① peut se réécrire, modulo l'utilisation du théorème de Green-Ostrogradski, comme :

$$\int_{\text{①} \cap \text{②}} (\sigma'_n \mathbf{e}_y + \tau' \mathbf{e}_x) dS = \int_{\text{par. amt}} p dS \mathbf{e}_x + \int_{\text{①} \cap \text{②}} p dS \mathbf{e}_y - \int_{\text{①}} \rho g dV \mathbf{e}_y \quad (9)$$

Cette équation correspond à l'équilibre des forces écrit classiquement, selon lequel la résultante des efforts effectifs exercés par le bloc ② sur le bloc ① équilibre les efforts dus au poids et aux actions de l'eau (parement amont et sous-pressions). En notant $|\textcircled{1} \cap \textcircled{2}|$ l'aire de la surface commune aux blocs ① et ②, nous obtenons :

$$\forall \mathbf{x} \in \textcircled{1} \cap \textcircled{2}, \quad |\tau'| \leq c - \sigma'_n \tan(\phi) \Rightarrow \int_{\textcircled{1} \cap \textcircled{2}} (\sigma'_n \tan(\phi) + \tau') dS \leq |\textcircled{1} \cap \textcircled{2}| c \quad (10)$$

Projeter l'équation (9) selon la direction $\mathbf{e}_x + \tan(\phi)\mathbf{e}_y$, et user de (10) permet de trouver une inégalité ne faisant intervenir plus que des grandeurs directement calculables, à savoir la résultante des actions dues à la pression exercée sur le parement amont et aux sous-pressions, ainsi qu'au poids.

$$\int_{\text{par. amt}} p dS + \left(\int_{\textcircled{1} \cap \textcircled{2}} p dS - \int_{\textcircled{1}} \rho g dV \right) \tan(\phi) \leq |\textcircled{1} \cap \textcircled{2}| c \quad (11)$$

Ainsi, la condition de stabilité obtenue au terme d'un raisonnement basé sur un critère global est bien retrouvée par le formalisme du calcul à la rupture. Celui-ci est compatible avec ces pratiques et possède donc un caractère englobant.

4.4 Notion de majorant

Le raisonnement tenu permet de montrer que la condition de résistance au glissement obtenue (11) est seulement une condition nécessaire de stabilité. Nous pouvons en effet résumer le raisonnement qui a été tenu précédemment de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & H \leq H^+ \\ & \Downarrow \\ \text{(ii)} \quad & \exists \sigma' \text{ garantissant l'équilibre de } \textcircled{1} \text{ en résultante et vérifiant le critère en résultante sur } \textcircled{1} \cap \textcircled{2} \\ & \Downarrow \\ \text{(iii)} \quad & \int_{\text{par. amt}} p dS + \left(\int_{\textcircled{1} \cap \textcircled{2}} p dS - \int_{\textcircled{1}} \rho g dV \right) \tan(\phi) \leq |\textcircled{1} \cap \textcircled{2}| c \end{aligned} \quad (12)$$

Pour autant, cette suite logique relève uniquement de l'implication. En effet, la non-réciprocité de cet enchaînement provient du fait que, pour établir (11), nous avons progressivement affaibli les conditions de la définition des charges supportables (5). Cette inégalité ne traduit en effet pas l'équilibre de tout sous-système, mais uniquement l'équilibre en résultante d'un sous-système particulier, à savoir le bloc ①. De plus, seule la vérification du critère en résultante sur $\textcircled{1} \cap \textcircled{2}$ a été requise, en lieu et place d'une vérification locale en tout point de la structure. Ainsi, vérifier cette inégalité ne garantit pas le fait que la hauteur d'eau soit effectivement supportable par la structure. En théorie, il est donc tout à fait possible de considérer une hauteur $H > H^+$, donc non supportable, vérifiant tout de même (11). Par conséquent, considérer une hauteur d'eau H vérifiant (11) ne donne aucune information sur la quantité désirée, à savoir H^+ .

Cependant, la contraposition de l'enchaînement logique (12) stipule que ne pas vérifier l'item (iii) conduit de façon certaine à $H > H^+$, et donc au fait que l'ouvrage ne peut pas résister à la hauteur d'eau considérée :

$$H / \int_{\text{par. amt}} p dS + \left(\int_{\textcircled{1} \cap \textcircled{2}} p dS - \int_{\textcircled{1}} \rho g dV \right) \tan(\phi) > |\textcircled{1} \cap \textcircled{2}| c \Rightarrow H > H^+ \quad (13)$$

La détermination de la cote des PHE ou de la cote de danger via un critère global passe souvent par la détermination de la hauteur H^{cr} conduisant à la saturation de (iii). Toute hauteur $H > H^{cr}$ vérifie alors (13) et un passage à la limite conduit à :

$$H^{cr} \geq H^+ \quad (14)$$

Ainsi, le raisonnement mis en œuvre permet uniquement de déterminer des majorants de H^+ , mais en aucun cas des minorants. Ce type d'approche porte le nom d'approche statique par l'extérieur. Il est vrai qu'une optimisation peut ensuite être menée sur la surface plane de glissement considérée, mais cette démarche ne permet que d'affiner le majorant obtenu, sans changer son statut logique.

Nous nous proposons de résumer le raisonnement mené jusqu'à présent. Le lien entre (3) et (4) montre qu'en l'absence d'influence du comportement mécanique sur la partie hydraulique les chargements effectivement supportables sont majorés par les chargements supportables au sens du calcul à la rupture. Le résultat (14) montre à son tour que l'usage d'un critère global majore les chargements supportables au sens du calcul à la rupture. Ainsi, une méthode de vérification de la stabilité au glissement et au basculement des barrages poids reposant uniquement sur un critère global semble potentiellement surestimer la hauteur d'eau maximale pouvant être supportée par un ouvrage. A ce stade, nous ne présumons pas de l'éventuelle importance quantitative de l'écart induit par une telle approche, lequel peut s'avérer en pratique significatif ou non. Cette discussion relève de la partie suivante.

5. APPLICATION AU DIMENSIONNEMENT D'UN BARRAGE POIDS EN MACONNERIE

Les deux approximations faites par une méthode reposant uniquement sur un critère global pour dimensionner des barrages poids que nous mettions en avant précédemment sont qu'une telle approche ne s'intéresse qu'à des surfaces de rupture généralement horizontales, et qu'elle se base sur un critère de rupture en résultante. La notion de surface de faiblesse préférentielle horizontale peut se comprendre dans le cas des barrages rigides en béton, en lien avec la présence de reprises de bétonnage. Il serait tout de même intéressant pour ces ouvrages de regarder si, via la méthodologie du calcul à la rupture, d'autres surfaces ne s'avèreraient pas plus dimensionnante, ne serait-ce que pour se convaincre du bienfondé de l'approche usuelle. Pour ce faire, une première étape serait de formuler un critère devant être vérifié dans le béton de masse, lequel ne serait pas forcément de type Mohr-Coulomb. Ce n'est toutefois pas l'application choisie dans le cadre du travail présenté. Les calculs joints à cette partie ont été faits à partir d'un code en C++ faisant appel à une bibliothèque d'optimisation sous contraintes coniques MOSEK (voir [3]).

5.1 Modèle géométrique, paramètre de chargement et description des matériaux

Pour illustrer notre propos, nous avons choisi de nous intéresser au dimensionnement d'un barrage en maçonnerie. La forme et les dimensions choisies, illustrées Figure 3, ne sont pas sans rappeler celles du barrage du Bouzey. L'avantage de travailler sur cet ouvrage historique est que la géométrie de son mode de rupture est connue. Par ailleurs, sa forme, ses dimensions, et le fait qu'il s'agisse d'un barrage en maçonnerie, rendent très peu propice l'usage d'une méthode de dimensionnement reposant sur un critère global, telle que présentée précédemment. Par conséquent, les résultats numériques qui sont fournis par la suite, caractérisant sur cet ouvrage bien précis l'écart qu'il peut exister entre un dimensionnement lié à un critère global et la définition (4), ne sont probablement pas révélateurs de ce qui serait obtenu sur un ouvrage plus classique, et ne peuvent donc pas être extrapolés. Néanmoins, si l'écart quantitatif dépend de la typologie et de la géométrie de l'ouvrage poids considéré, il est important d'insister sur le fait que la notion qualitative de majorant, se traduisant par l'inégalité (14), est indépendante de ces considérations.

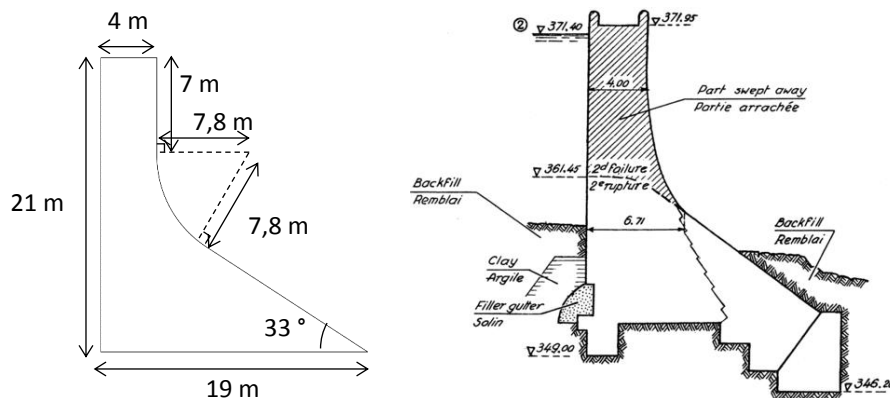


Figure 3 : Gauche : forme et dimensions du barrage en maçonnerie étudié. Droite : Barrage du Bouzey.

Sans chercher à rentrer dans les détails que le lecteur intéressé pourra trouver par exemple dans [4], il n'est pas possible de travailler, via des outils numériques, sur le problème visant directement à caractériser la hauteur d'eau maximale pouvant être supportée H^+ . Pour une hauteur d'eau donnée, nous avons été amenés à considérer le problème auxiliaire illustré Figure 4, introduisant un facteur multiplicatif λ sur la charge amont et les sous-pressions.

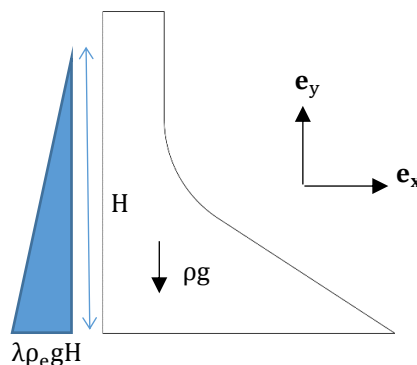


Figure 4 : Problème auxiliaire permettant de mettre en œuvre les outils du calcul à la rupture. Le paramètre à optimiser est λ .

Dans ce problème auxiliaire, les éventuelles pressions interstitielles dépendent également de manière linéaire de λ . Le poids de l'ouvrage, lui, reste une charge morte. L'objectif devient alors, pour une hauteur d'eau donnée H , de déterminer numériquement la valeur maximale λ_H^+ pouvant être supportée par l'ouvrage. D'un point de vue pratique, pour la hauteur d'eau considérée, l'inégalité $H \leq H^+$ sera vérifiée si et seulement si $\lambda_H^+ \geq 1$.

Pour des raisons de simplicité, nous avons postulé que les pierres de cet ouvrage étaient infiniment résistantes. Les avantages offerts par un tel choix sont multiples. Il aurait par exemple été envisageable, en se basant sur les travaux [5], de considérer le critère de résistance d'un matériau homogénéisé pierres + joints. Celui-ci présente toutefois une certaine complexité, puisque rendant compte des blocages géométriques dus à l'agencement des pierres, et présentant une forte anisotropie. Nous avons opté pour modéliser séparément les pierres et les joints, et donc considérer un milieu fortement hétérogène, comme représenté sur la Figure 5.

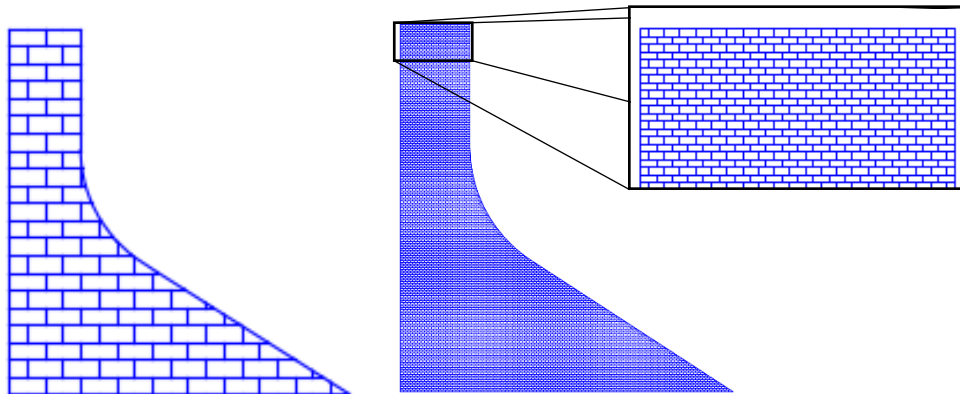


Figure 5 : Représentation des pierres constituant le barrage en maçonnerie. Gauche : dimension des pierres complètes de 2 m x 1 m, Droit : dimension des pierres complètes de 0,2 m x 0,1 m.

Sur cette dernière, la figure de gauche est fournie à titre pédagogique, afin de mieux visualiser la structure considérée. La représentation que nous avons utilisée correspond à la figure de droite, avec des pierres de dimensions 20 cm x 10 cm agencées en quinconce et de manière régulière. Notons que la Figure 5 pourrait faire penser de manière erronée à une modélisation selon la méthode des éléments discrets. Nous rappelons à nouveau que le calcul à la rupture ne fait pas appel à une loi de comportement, et donc encore moins à des notions de contacts unilatéraux entre les différentes pierres. Par conséquent, la figure en question ne s'apparente pas à la méthode des éléments discrets, mais est l'illustration d'un milieu continu considéré comme hétérogène du point de vue du critère de résistance. Les zones blanches sont considérées comme infiniment résistantes et représentent les pierres de l'ouvrage. Les joints entre les pierres sont modélisés avec une épaisseur nulle et sont représentés en bleu. Ils correspondent au lieu des points où le critère de résistance diffère et n'est pas inconditionnellement vérifié.

Le choix de représenter intégralement les pierres et les joints, au lieu d'un milieu homogène équivalent, se base en premier lieu sur le souhait de bâtir un modèle le plus fidèle à la réalité possible. En effet, l'utilisation d'un milieu homogène équivalent repose sur une hypothèse de séparation d'échelles entre la taille des pierres et la taille de l'ouvrage. Des travaux en cours montrent que cette hypothèse peut s'avérer difficile à vérifier pour les ouvrages en maçonnerie. Un autre point fort de la modélisation *in extenso* de pierres infiniment résistantes réside dans son impact sur la détermination de la charge critique λ_H^+ . Le calcul à la rupture propose des outils permettant de déterminer un majorant et un minorant de cette dernière. Par exemple, nous avons vu que considérer l'équilibre d'un bloc rigide, combiné avec la vérification du critère en résultante, permet de déterminer un majorant de cette quantité. L'une des approches du calcul à la rupture consiste à répéter l'opération précédente, mais en considérant de manière simultanée plusieurs sous-systèmes de tailles arbitraires. En combinant les équations d'équilibres et les conditions provenant de la vérification du critère, cette méthode plus avancée, appelée approche cinématique par l'extérieur, permet également de déterminer des majorants du chargement critique λ_H^+ . En dualisant les conditions d'équilibre, il devient possible d'optimiser les choix de partitionnement de l'ouvrage en sous-systèmes, et donc d'affiner le majorant obtenu. Il a d'ailleurs été établi (cf. [6]) que cette méthode permettait, en menant ladite optimisation sur toutes les partitions envisageables de la structure, d'atteindre la valeur de λ^+ . De manière pratique, cette optimisation est souvent menée via des moyens numériques. A l'image des éléments finis, l'optimisation ne peut généralement être menée que sur un sous-ensemble des partitions possibles de l'ouvrage en sous-systèmes, fournissant ainsi seulement un majorant de λ_H^+ . D'autres méthodes existent cependant pour obtenir des minorants de cette valeur critique, permettant de qualifier le majorant précédent. L'avantage des briques infiniment résistantes est qu'il est possible, dans le cadre d'une approche cinématique par l'extérieur, de mener l'optimisation de manière exacte. En effet, il est possible de montrer que des sous-systèmes subdivisant des briques ne fournissent aucune information pertinente. Par conséquent, les sous-systèmes pertinents à considérer sont en fait composés des briques elles-mêmes. Il devient alors possible, pour une hauteur d'eau donnée, de déterminer numériquement la valeur de λ_H^+ , et donc *in fine* de H^+ . Cette propriété nous a semblé essentielle pour pouvoir mener une discussion éclairée sur la qualité des méthodes utilisant des critères globaux.

Dans l'ensemble des calculs qui vont être présentés, les caractéristiques de résistance retenues sont $c = 0$ Pa et $\phi = 45^\circ$.

5.2 Cas d'un parement amont étanche

Le premier calcul effectué a été de regarder la hauteur d'eau maximale pouvant être supportée dans le cas d'un parement amont complètement imperméable. Les résultats sont résumés par le tableau suivant :

	λ_H^+	$\lambda_{\text{glissement}}$	$\lambda_{\text{basculement}}$
H = 21 m	1,10	1,31 ($y_c = 6,0$ m)	1,24 ($y_c = 10,4$ m)
H = 21,35 m	1,00	1,25 ($y_c = 6,2$ m)	1,13 ($y_c = 10,5$ m)
H = 21,84 m	0,888	1,18 ($y_c = 6,5$ m)	1,00 ($y_c = 10,7$ m)
H = 23,24 m	0,666	1,00 ($y_c = 7,2$ m)	0,749 ($y_c = 11,1$ m)

Tableau 1 : Comparatif entre les différentes méthodes de dimensionnement dans le cas d'un barrage sec

Dans celui-ci, les valeurs du paramètre λ obtenues via les différentes méthodes reposant sur des critères globaux (glissement et de basculement) sont comparées à la valeur exacte de λ_H^+ pour différentes hauteurs d'eau. Pour une hauteur d'eau donnée, le paramètre y_c représente l'ordonnée de la surface horizontale la plus dimensionnante. Comme annoncé par (14), les approches globales fournissent des valeurs de λ supérieures à λ_H^+ . En termes de dimensionnement de la hauteur d'eau, ces méthodes conduisent à penser que l'ouvrage est stable sous une hauteur d'eau de 21,84 m, alors que le barrage peut tenir au plus 21,35 m. Par conséquent, ces premiers calculs illustrent bien le caractère uniquement nécessaire des conditions de stabilité globale, mais non suffisant.

Comme mentionné précédemment, l'approche cinématique par l'extérieur consiste à dualiser les équations d'équilibre. Ainsi, au lieu de parler d'équilibre en moment, on parle volontiers de puissance développée dans un mécanisme de basculement. Il en va de même avec la projection d'un équilibre en résultante qui est dualisé en une puissance dans un mécanisme de translation. Ainsi, il est possible d'associer une cinématique de rupture à la valeur extrême calculée. Le mécanisme associé à la hauteur d'eau critique est illustré Figure 6.

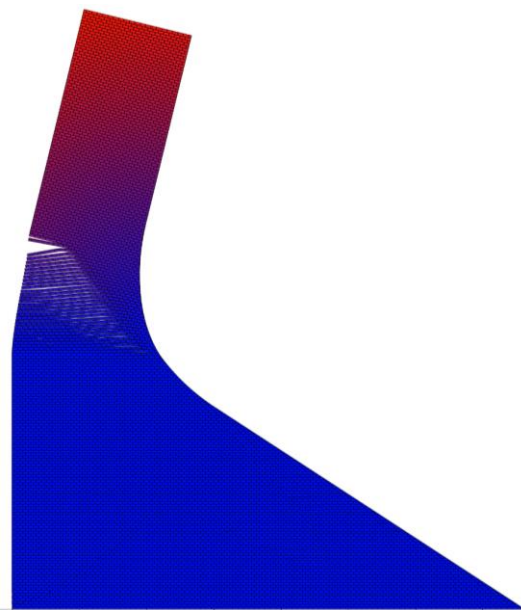


Figure 6 : Mécanisme de rupture associé à la valeur optimale λ_H^+ .

Cette figure n'est pas sans rappeler la seconde rupture du Bouzey (cf. Figure 3). Elle signifie entre autres que considérer l'équilibre d'un bloc délimité par une frontière plongeante vers l'aval en rotation par rapport à un point (restant à déterminer) est plus dimensionnant que l'approche sur une surface plane.

Les premiers résultats obtenus sont encourageants, mais ne reflètent pas la réalité physique. En effet, aucune sous-pression n'a été prise en compte à ce stade, conduisant à considérer une hauteur d'eau critique supérieure à la hauteur de l'ouvrage. Un second calcul a été effectué pour pallier ce problème, en prenant en compte la présence de pressions interstitielles.

5.3 Cas des sous-pressions triangulaires

	λ_H^+	$\lambda_{\text{glissement}}$	$\lambda_{\text{basculement}}$
H = 21 m	0,689	0,754 ($y_c = 2,5$ m)	0,869 ($y_c = 10,0$ m)
H = 15,35 m	1,00	1,22 ($y_c = 0,0$ m)	1,80 ($y_c = 0,0$ m)
H = 17,54 m	0,870	1,00 ($y_c = 0,0$ m)	1,46 ($y_c = 0,0$ m)
H = 20,36 m	0,749	0,796 ($y_c = 1,8$ m)	1,00 ($y_c = 9,6$ m)

Tableau 2 : Comparatif entre les différentes méthodes de dimensionnement dans le cas d'un barrage poreux

Pour prendre en compte les pressions interstitielles, il est nécessaire de connaître, pour une hauteur d'eau donnée, la distribution des pressions dans le corps de l'ouvrage. Une première option aurait pu être de mener à bien un calcul d'écoulement darcéen à surface libre. Le but de notre propos étant de mettre en lumière le caractère seulement nécessaire de l'approche traditionnelle, nous avons choisi de nous baser sur les pratiques usuelles en ce qui concerne les sous-pressions, en utilisant des distributions triangulaires. Ce faisant, les résultats numériques obtenus sont résumés dans le Tableau 2. A nouveau, les conclusions confirment les considérations théoriques tenues précédemment sur la notion de majoration de la charge critique via les méthodes à critère global. En effet, ces dernières concluent à une hauteur d'eau maximale de 17,54 m, alors que la hauteur d'eau critique H^+ est de 15,35 m seulement, et conduisent donc à une surestimation de la charge critique assez conséquente.

6. CONCLUSION ET OUVERTURE

L'objectif de cette publication n'est pas de prôner l'usage du calcul à la rupture. Au travers du travail fourni, nous souhaitons davantage questionner l'usage de critères globaux. Comme spécifié en introduction, nous ne nous sommes pas intéressés à la fissuration de l'ouvrage, ainsi qu'à ses conséquences sur la distribution de pression interstitielle. Toutefois, nous mettons en lumière le fait que les vérifications de résistance au glissement et au basculement reposant sur des critères globaux ne sont que des conditions nécessaires de stabilité, puisqu'uniquelement effectuées en résultante et seulement sur des surfaces de rupture horizontales. Si l'amplitude de l'approximation ainsi commise dépend de la géométrie, de la typologie du barrage et des caractéristiques mécaniques, les résultats de la partie 5 appuient l'analyse théorique fournie en partie 4 et montrent que certaines situations peuvent conduire à des écarts significatifs. Pour nuancer notre propos, notons que la considération d'autres jeux des données peut réduire considérablement ces écarts, sans changer toutefois la notion de majoration. Egalement, notons que cet écart peut avoir été accentué par la considération d'un barrage en maçonnerie, avec une géométrie particulière. En effet, pour un tel barrage, la présence de joints introduit des zones de faiblesse à de multiples endroits de l'ouvrage. Pour un barrage poids béton, ces zones de faiblesses sont très probablement localisées au niveau des reprises de bétonnage uniquement, limitant ainsi les faciès de rupture. Comme mentionné précédemment, une étude similaire spécifique au cas des barrages en béton aurait le mérite d'être menée pour quantifier l'approximation associée à l'approche traditionnelle de stabilité.

En conclusion, nous considérons que les résultats numériques obtenus sur l'exemple proposé du dimensionnement au glissement et au basculement d'un barrage en maçonnerie doivent nous amener à nous questionner sur l'usage de critères

REFERENCES

- [1] J. Salençon, Yield Design, John Wiley & Sons, 2013.
- [2] P. de Buhan et L. Dormieux, «On the validity of the effective stress concept for assessing the strength of saturated porous materials : a homogenization approach,» Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 44, n° 110, pp. 1649-1667, 1996.
- [3] «MOSEK,» [En ligne]. Available: <https://www.mosek.com/>.
- [4] J. Bleyer, Méthodes numériques pour le calcul à la rupture des structures de génie civil, UP-Est, 2015.
- [5] P. de Buhan et G. de Felice, «A homogenization approach to the ultimate strength of brick masonry,» Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 45, n° 17, pp. 1085-1104, 1997.
- [6] M. Frémond et A. Friaâ, «Analyse limite. Comparaison des méthodes statique et cinématique,» Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, vol. 286, p. 107, 1978.

